

Стойка Мирослав Вікторович

кандидат фізико-математичних наук, доцент
доцент кафедри математики та інформатики

Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II, м.Берегове, Україна
sztojka.miroszlav@kmf.org.ua
<http://orcid.org/0000-0002-0840-1496>

Петечук Юлія Василівна

кандидат фізико-математичних наук
доцент кафедри математики та інформатики

Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II, м.Берегове, Україна
petecsuk.julia@kmf.org.ua
<http://orsid.org/0000-0003-3670-9671>

ІННОВАЦІЙНІ ПІДХОДИ У НАВЧАННІ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

Анотація. Освіта України зазнає значної трансформації. Педагогіка сучасного етапу розвитку української освіти відзначається її інноваційністю. Починаючи з 2020 року у зв'язку з непередбачуваними викликами навчальні заклади широко практикують дистанційне та змішане навчання і автоматично стали в певній мірі використовувати перевернуте навчання і елементи білінгвального. Адже, багато учнів і вчителів опинилися за кордоном і таке навчання допомагає інтегруватися у глобальний світ. Уже в ранньому віці у дитини формується інноваційне мислення, що виражається у сприйнятливості та створенні нового. Мислення учня на шкільних уроках розвивається вчителем, зокрема у найбільшій мірі вчителем математики. Адже, при вивченні математики школяр вчиться аналізувати, систематизувати і узагальнювати, виділяти суттєве, знаходити закономірності, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, міркувати за аналогією, мислити алгоритмічно і логічно, конструктивно і абстрактно, робити висновки. Тому важливою професійною якістю педагога є його готовність до інноваційної діяльності, яка сприяє формуванню і розвитку в учня інтелектуально-творчого потенціалу, що буде вкрай потрібний йому у подальшому дорослому житті. Мета статті: висвітлення особливостей впровадження перевернутого та білінгвального навчання як затребуваних інноваційних технологій та опис авторського бачення їх реалізації при вивченні окремих тем шкільного курсу математики. Методи дослідження: аналіз літератури, узагальнення. Зроблено висновки, що при викладанні математичних дисциплін використання інноваційних підходів та запровадження елементів дво(три)мовності є запорукою успішної реалізації Концепції «Нова українська школа», яка проголошує становлення учня як успішної особистості у соціумі. Зроблено опис реалізації деяких інноваційних технологій при вивченні окремих тем шкільного курсу математики.

Ключові слова: інноваційні підходи, змішане навчання, перевернуте навчання, білінгвальне навчання, шкільна математика.

Вступ. Світ сколихнула пандемія, а Україна ще й потерпає від російської агресії. Все це відкладає відбиток на освіті, адже умови диктують перехід на інше, не звичне, уставлене десятиліттями навчання, відбувається інтенсивний пошук інноваційних технологій за допомогою яких можливе таке навчання учнів, що сформує компетентну особистість, яка зможе не тільки адаптуватися до сьогоденних умов життя, але й буде творчо розвиватися, генерувати новітні ідеї [1].

Під інноваціями прийнято розуміти нововведення, що покращують перебіг і результат освітнього процесу. *Інновація* – кінцевий результат інноваційної діяльності, під час якої продукуються нові ідеї, нові підходи, нові прийоми, появляється новітній продукт. Під *інноваційною діяльністю* розуміють оновлення освітнього процесу, яке полягає у внесенні інновацій до традиційної педагогічної системи. Інноваційна діяльність є ознакою сучасності, вона, як вважають науковці, – найвищий рівень педагогічної творчості. Інноваційні підходи у навчанні, зокрема математики, співзвучні ключовій реформі Міністерства освіти і науки України – Концепції «Нова українська школа», адже передбачають впровадження нових форм, методів, прийомів організації освітнього процесу. Інновації в змісті освіти диктує безперервний розвиток науки та непередбачувані обставини, що ведуть до пошуку нових,

відмінних від традиційних, підходів до освітнього процесу. Наприклад, із-за карантину та воєнного стану відбувся автоматичний перехід навчання у безпечний онлайн формат. Як показала практика цих нелегких років, серед найбільш використовуваних і зарекомендованих моделей навчання є дистанційне і змішане. Технологія перевернутого навчання (*flipped learning*) як різновид змішаного навчання сприяє динамічності та інтерактивності освітнього процесу. *Суть цього навчання* полягає в тому, що по-перше, учні максимально самостійно здобувають теоретичні знання, а по-друге, є можливість більше приділити уваги і часу для практичної реалізації здобутих знань. Варто зауважити, що і НУШ передбачає створення школи, в якій учнів потрібно навчити вчитися через діяльність. Технологія «перевернутого класу» розвиває критичне мислення школярів, вчить робити аналіз і структурування інформації та її застосування як у стандартних так і нестандартних завданнях, спонукає до самонавчання, сприяє усвідомленню суті теоретичних питань і, як наслідок, більшого їх розуміння і можливості використання. В учнів виробляється стійке бажання пізнання нового, потреба навчання впродовж життя. При такому навчанні школярі, попередньо опрацювавши теоретичні положення заявленої теми, мають можливість на уроці дозв'язувати ті питання, які викликали у них певні

труднощі при вивченні теорії. Вивільнення часу щодо викладу нового матеріалу на уроці дає можливість вчителів пропонувати завдання на більш поглибленому рівні, учні занурюються у пошуково-творчу діяльність.

Специфікою Закарпатської області є її полікультурність. Згідно статистики на Закарпатті проживає близько 151 000 угорців, що становить приблизно 12,1% від усього населення краю. У Закарпатському угорському інституті імені Ференца Ракоці II згідно Статуту мовами викладання є українська, угорська та англійська. Практикується проведення лекційних занять однією мовою, а практичних – іншою або навпаки. Вибудована система надає можливість майбутнім вчителям опанувати матеріал з відповідною термінологією як на державній, так і угорській або англійській мові. Таким чином, застосовуються елементи білінгвального навчання, яке в сучасних реаліях є актуальним, адже, білінгвальна освіта дозволяє комфортно відчувати себе в багатомовному світі.

Аналіз актуальних досліджень і публікацій. Підвищення ефективності навчально-виховного процесу є ключовим питанням в освіті. Система освіти світу постійно розвивається. Аналіз літератури показує, що вже у Стародавньому Єгипті (5-4 тисячоліття до н.е.) існували школи (платні, в основному при храмах) та певні форми організації освіти. Школярі навчалися читати, писати та опановували наукові знання тих часів. В організації навчально-виховного процесу в Стародавньому Єгипті основним була слухняність того, кого навчали. Для прищеплення любові до навчання застосовували фізичне покарання. Вихованці ставали в основному майбутніми писарями. Через складність письма панував культ грамотності і найбільш досвідчених писців вважали напівбогами. Зародження наукових знань з математики пов'язане з їх прикладним застосуванням. Для будівництва храмів, пірамід, каналів, дамб, розливів Нілу потрібно було здійснювати математичні підрахунки. У 3 тисячолітті до н.е. єгиптяни вміли розв'язувати рівняння з однією невідомою, обчислювати площу трикутника, круга, поверхню кулі, об'єми окремих просторових фігур, знали арифметичну прогресію.

Засновником педагогіки науковці вважають чеського мислителя Я.Коменського (1592 – 1670). Адже, у його загальновідомій праці «Велика дидактика» зроблено ретельний опис організаційно-процедурних принципів навчання. Варто зауважити, що Я.Коменський також автор класно-урочної системи організації освітнього процесу, яку (звичайно, удосконалену, так як наука постійно розвивається) використовують і по сьогоднішній день. Ця система організації навчання передбачає необхідні компоненти для досягнення успішних результатів: чіткі цілі, засоби, форми проведення. Таким чином, в ідеях Я.Коменського беруть початок і питання технологізації навчання. Надалі певні міркування з питань технологічного підходу висвітлили у своїх працях педагоги А.Дістервег, Й.Песталоцці, В.Сухомлинський та ін. Термін «технологія» в освіті виник тільки приблизно у 20-30 роки ХХ століття і започаткував розвиток педагогічних технологій і технологічного підходу в освіті. У практику організації освітнього процесу було впроваджено технічні засоби навчання – це найпростіші засоби наочності (друковані схеми, макети, креслення та ін.). Тим самим був задіяний зоровий канал сприйняття інформації. Економія часу на пояснення матеріалу сприяла кращому його

розумінню, а це в свою чергу позитивно вплинуло і на результативність навчання. Було зроблено висновки про доцільність використання в освітньому процесі технологій.

Поява і традиційне розуміння терміну «технологія в освіті» припадає на 60-70-ті роки ХХ століття. Була зроблена спроба організувати навчально-виховний процес з мінімальною участю в ньому вчителя, яка дістала назву «програмованого навчання». Цінним виявилися при такому навчанні перші ідеї самостійного опрацювання учнем матеріалу. Структура «програмованого підручника» складалася з блоків покрокового пояснення певної інформації та прикладами її застосування. Підручник містив також блок контролю для учня, відповіді до якого були розташовані в кінці підручника. Практично і в сучасних підручниках проглядається саме така структура. Появилися терміни «модуль та одиниця навчання». Створення і впровадження програмованих підручників сприяло низці педагогічних відкриттів: потреби індивідуалізації навчання у зв'язку з виявленням різного темпу роботи учнів; як наслідок, створення різнорівневих підручників.

Поштовхом до виникнення нових методик викладання та їх подальшого розвитку були наукові пошуки педагогів вивчення питання врахування вікових та індивідуальних особливостей учнів, змісту навчального матеріалу при викладанні. У витоків індивідуалізації та диференціації навчання стояли просвітителі Д.Дідро, К.Гельвецій, Ж.-Ж.Руссо, Д.Локк, які вказали на наявність у людей індивідуальних особливостей і відповідно можливостей навчання, які потрібно враховувати у навчально-виховному процесі. Теоретичні обґрунтування індивідуального та диференційованого підходу у навчанні знаходимо і у працях видатного українського педагога В.Сухомлинського.

Педагогічна, навчальна, освітня технологія – це тільки кілька сучасних словосполучень із словом технологія. Серед відомих українських дослідників технологізації навчання педагоги О.Пехота, С.Сисоєва, С.Беляєв, Г.Пономарьова, І.Дичківська та ін. Як вбачається [2], *суть технології навчання* полягає у застосуванні форм, методів прийомів, засобів та методик за допомогою яких гарантовано досягається результативність навчання. Технологізація передбачає оновлення змісту освіти, ґрунтовну зміну освітньо-педагогічної діяльності педагога шляхом впровадження інноваційних технологій навчання. Серед зарубіжних дослідників, які зробили вагомий внесок у розвиток сучасних педагогічних технологій виділяються Б.Блум, Д.Брунер, Г.Гейс, Дж.Керролл, В.Коскареллі та ін. З питань підготовки і проведення сучасного уроку з використанням інтерактивних технологій відомі українські науковці О.Пошетун, Л.Пироженко.

Індивідуалізація навчання поклала початок бурхливому розвитку педагогічних технологій і технологічного підходу в освіті. Велися наукові дослідження методології діяльнісного підходу, який проголошує і Нова українська школа. Було обґрунтовано доцільність і необхідність самостійної пошукової діяльності школярів, що сприяє їх пізнавальній активності, зроблено висновок, що підвищення якості навчання прямо пропорційно залежне від активності навчання учнів. При такому навчанні роль учителя полягає у керуванні учнівськими відкриттями, в основі яких є цікавість учнів.

Таким чином, постає питання вирішення шляхів продуктивного навчання, застосування інноваційних

підходів при викладанні, зокрема математики.

У бурхливому інформаційному світі всі ми стаємо заручниками новітніх інформаційних технологій, вже не уявляємо життя без Інтернету, сучасних технологій і їх можливість жити. Дуже зручно, використовуючи онлайн інструменти, ознайомитися спочатку на початковому, первинному рівні практично із будь якими питаннями, які нас цікавлять. Переглянувши (можливо і не один раз), наприклад, коротеньке відео, ми вже формуємо уяву про предмет розгляду в цілому. Зрозумівши для себе важливість розглядуваного, ми можемо надалі розширювати і поглиблювати своє навчання.

Уже в 60-их роках почали користуватися концепцією змішаного навчання (blended learning), по-різному її трактуючи. Тлумачення терміну «змішане навчання» вперше опубліковано у «Довіднику із змішаного навчання» (2006 р.) [3]. З аналізу подальших публікацій [4] можна зробити висновок, що *суть змішаного навчання* полягає в отриманні знань з використанням елементів традиційного, дистанційного навчання засобами інформаційно-комунікаційних технологій, які стрімко розвиваються і проникають у повсякденне життя. Технологію змішаного навчання з різних позицій описують у вітчизняних працях педагога К.Бугайчук, С.Березенська, В.Кухаренко, Ю.Рашевська, Н.Олійник та ін. Серед зарубіжних дослідників – Д.Тракслер, Ч.Грем, В.Вудфілд, К.Манварінг, Р.Ларсен, К.Спрін та ін.

У 2006 році американець Салман Хан для полегшення навчання своєї сестри почав робити записи коротких навчальних відеороликів (переважно з математики), які викладав і у вільний доступ. Його відео за короткий час набуло величезної популярності. Відбувся своєрідний переворот в освіті світу. Сьогодні багато охочих користуються ресурсами міжнародної освітньої мережі Khan Academy, зокрема варто зауважити, що вона насичена величезним математичним контентом, який доступний і українською мовою, а в оригіналі – англійською мовою.

З іншого боку, вважається, що перевернуте навчання як різновид змішаного навчання вперше запропонували у 2008 році американські вчителі Аарон Самс і Джонатан Бергманн. Їхні відеоролики із записаними лекціями для опрацювання вдома стали початком впровадження перевернутого навчання.

Характерним для технології *перевернутого навчання* є посилення пізнавальної мотивації, самостійної діяльності, вивільнений час надає можливість розв'язувати більше розвивальних і творчих вправ, працювати над проектами, дискутувати [4].

Незважаючи на чималу кількість досліджень, присвячених питанню інноваційної діяльності і, як наслідок, опису інноваційних педагогічних технологій, вивчення питання інновацій в освіті є актуальним. Адже, застосування нових методів, прийомів, форм і засобів у навчально-виховному процесі вносить якісно нові зміни у весь педагогічний процес, сприяє результативності навчання.

У перекладі з грецької слово «технологія» тлумачать як мистецтво навчання. Від педагогічної майстерності педагога залежить кінцевий результат навчання, який і полягає в умінні того, кого навчали втілювати і продукувати нові ідеї, створювати нове. Світ інноваційних технологій демонструє справжнє диво прогресу технологій сьогодення. Наприклад, можна зануритися з учнями у світ доповненої реальності

(<https://octagon.studio>), придбавши навчальні картки 4D; створювати інтерактивні картини (<https://www.genial.ly>); впроваджувати STEM-навчання на уроках, скориставшись навчально-методичним забезпеченням ресурсу <https://www.stem.org.uk/>. Для втілення інновацій в освітній процес потрібен ентузіазм і наполегливість вчителя. Доречним є знання англійської мови. Спеціаліст із ШІ (штучного інтелекту), хмарний інженер, Data Scientist (спеціаліст з досконаліми математичними та аналітичними здібностями) та ін. – приклади, згідно світових тенденцій, професій майбутнього.

Отже, освіта України, яка зазнає реформування (концепція НУШ), в умовах сьогодення потребує готовності вчителів до застосування інноваційних педагогічних технологій і методик за допомогою яких можливо при різних формах навчання досягти якісного результату.

Мета статті: розгляд деяких інноваційних технологій та методик при вивченні окремих тем шкільного курсу математики для формування предметної компетентності та розвитку творчих здібностей учнів через призму вміння мислити з метою втілення їх при вирішенні подальших життєвих ситуацій.

Методи дослідження: аналіз наукової літератури, опис, узагальнення.

Проаналізувавши актуальні дослідження і публікації та перспективи застосування майбутніми вчителями математики набутих в інституті фахових знань та вмінь, авторами зроблено висновок, що при викладанні математичних дисциплін використання інноваційних підходів та запровадження елементів дво(три)мовності є запорукою успішної реалізації Концепції «Нова українська школа», яка проголошує становлення учня як успішної особистості у соціумі. Авторами зроблено опис реалізації деяких інноваційних технологій при вивченні окремих тем шкільного курсу математики.

Виклад основного матеріалу. Пандемія започаткувала широке впровадження дистанційної освіти в Україні. За концепцією розвитку дистанційної освіти в Україні *дистанційна освіта* – це форма навчання, рівноцінна з очною, вечірнього, заочною та екстернатом, що реалізується, в основному, за технологіями дистанційного навчання. В умовах воєнного стану заклади освіти практикують як дистанційне, так і змішане навчання, які характеризуються такими ознаками:

- гнучкістю (навчання у зручний час, у комфортному місці та індивідуальному темпі),
- вчитель перетворюється із транслятора знань на координатора процесу навчання, наставника,
- відбувається самонавчання педагога, підвищення його кваліфікації у відповідності з нововведеннями,
- застосування педагогом при викладанні інноваційних підходів,
- виникає потреба у самоорганізації, самонавчанні учня з використанням інформаційно-комунікаційних технологій, що сприяє його активній пошуково-пізнавальній діяльності, розвиваються здібності школяра, у тому числі творчі.

Сучасний учень зростає в цифровому середовищі: вільно користується Інтернетом, соціальними мережами, застосунками, перебуває в інтернет-спільнотах, групах, чатах, де обговорює будь-які питання і завдання, миттєво самостійно або в групі, команді шукає необхідну інформацію та обмінюється нею, вміє приймати рішення. Слушно зауважити, що більшість

цікавих учню сервісів у першу чергу доступні на англійській мові. Білінгвальне навчання, що передбачає опанування предмета двома мовами, допомагає долати не тільки мовний бар'єр, але й отримати освіту за кордоном, робить гнучкішою пам'ять. Умови сьогодення, портрет сучасного учня диктують зміну стилю навчання, застосування разом з традиційними і інноваційних методик навчання. Очевидно, що вчителі при викладанні почали використовувати перевернуте навчання. Адже, при такому навчанні учні мають можливість у зручних для них умовах і час опрацювати теоретичний блок (можливо із застосуванням до розв'язування прикладів за певною схемою, алгоритмом), а в класі виконувати завдання, в тому числі нестандартні, є можливість обговорення незрозумілих деталей навчального матеріалу і завдань. І в основних положеннях концепції «Нова українська школа» також передбачається така організація навчально-виховного процесу, при якій учень є центральною фігурою і набуває компетентностей.

Пошуки і застосування вчителем інноваційних підходів є одним із тих шляхів, який веде до створення сучасної школи. У реаліях сьогодення виявилася затребуваною і ефективною інноваційна модель перевернутого класу з елементами білінгвального навчання.

Автори статті поділяють погляди Я.Коменського щодо процесу учіння і ролі вчителя у ньому. Великий педагог вважав, що вчитель має бути високоосвіченим. Він не тільки має знати, чому повинен вчити, але й бути дидактом і мати бажання навчати.

Як вважають прогресивні світові діячі педагогіки, створення умов для розвитку і самореалізації особистості є серед першочергових завдань педагога. У Закарпатському угорському інституті імені Ференца Ракоці II процес навчання підпорядковується інтересам слухачів. Адже, високопрофесійні викладачі добре володіють як державною, так і угорською та англійськими мовами. Вихованці, послухавши або самостійно опанувавши лекцію українською мовою, на практиці розв'язують завдання на угорській або англійській мові або, навпаки. Автоматично, наприклад, майбутній вчитель математики чує і працює з предметною термінологією на двох (трьох) мовах, і, як наслідок, використовує отримані фахові знання, уміння та навички при викладанні математики в школі.

Зробимо авторський опис реалізації технології «перевернутий клас» при вивченні деяких тем геометричного матеріалу шкільного курсу математики.

Перш за все зауважимо, що не всі уроки потрібно і доцільно проводити у форматі перевернутого навчання, вчителю необхідно чітко запланувати етапи вивчення певної змістової лінії шкільного курсу математики і для застосування перевертання класу потрібно ретельно підібрати навчально-методичний супровід, що є своєрідною творчістю самого педагога, який, таким чином, може, використавши ефективніше час при навчанні «обличчя до обличчя», розвивати мислення учня, що веде до розвитку його інтелектуально-творчого потенціалу. Щодо цифрових інструментів

Завдання №3

Довести, що сума квадратів відстаней від довільної точки вписаного в правильний n -кутник або описаного навколо нього кола до вершин n -кутника є величина стала.

Розв'язання. Нехай A_1, \dots, A_n – вершини правильного n -кутника, O – центр вписаного або описаного навколо нього кола радіуса R , M – довільна точка кола. Тоді

вчителя, то на сьогодні неможливо обійтися без їх використання у навчанні сучасних учнів. Зауважимо, що цифрових інструментів є дуже багато, швидко появляються нові і знов ж такі велика частина англомова.

На традиційних уроках математики у загальноосвітньому закладі учень, слухаючи та частково конспектуючи теоретичний матеріал, відволікається від суті почутого, побаченого, у нього обмежений час на роздуми, він може пропустити щось важливе, суттєве, при цьому, як правило, ідеї та аргументи подаються у готовому вигляді. Перевернуте навчання сприяє зануритися у суть того, що пізнається. Адже, це педагогічний підхід з динамічним, інтерактивним середовищем групового простору навчання, в якому педагог спрямовує діяльність учнів.

Опишемо наше бачення моделі перевернутого навчання при вивченні векторів та площ. По-перше, вчитель планує діяльність наступним чином:

- напередодні учні опрацьовують у комфортному для них темпі та часі теоретичний матеріал за допомогою перегляду та самостійного опрацювання запропонованих вчителем матеріалів (цифровими інструментами вчителя для надання інформації можуть бути YouTube, Soundcloud, Google Docs, Google Drive, Dropbox та ін., а для керування навчанням – Google Classroom, Moodle, Canvas, Blackboard Learn, Schoology, D2L Brightspace та ін.). При цьому педагог заощаджує час на уроках для пояснення нового матеріалу;

- наступним етапом є колективна робота як онлайн, так і на уроці (цифровими інструментами вчителя можуть бути Padlet, Zoom, Microsoft Teams, Google Workspace, Slack, Trello та ін.);

- здійснюється оцінювання та рефлексія (цифровими інструментами вчителя можуть бути Kahoot!, Mentimeter, Quizizz, Quizlet, Socrativ та ін.).

Зауважимо, що при використанні цифрових інструментів знову ж таки вітається знання англійської мови, в тому числі спецтермінів.

По-друге, з'являється можливість розв'язувати нестандартні завдання, які є запорукою розвитку мислення учнів.

Спочатку продемонструємо ефективність даного навчання при вивченні векторів, застосувавши *векторний метод* розв'язування геометричних задач. Роль і значення цього методу в шкільній практиці невпинно зростає. Суть векторного методу полягає в тому, щоб виразити величини через вектори.

Розглянемо наступні завдання.

Завдання №1

Довести, що сума квадратів відстаней від довільної точки вписаного в правильний n -кутник кола до вершин n -кутника є величина стала.

Завдання №2

Довести, що сума квадратів відстаней від довільної точки описаного навколо правильного n -кутника кола до вершин n -кутника є величина стала.

Завдання №1 і №2 виявляється при застосуванні неочевидного при розв'язуванні даних задач векторного методу можна *об'єднати* (завдання №3).

$$MA_1^2 + \dots + MA_n^2 = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA_1})^2 + \dots + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA_n})^2 = 2nR^2 + 2\overrightarrow{MO}(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA_n})$$

Позначимо через $\vec{d} = \overrightarrow{OA_1} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$. Повернемо многокутник відносно точки O на кут $\frac{2\pi}{n}$. Вектор \vec{d} і вектори $\overrightarrow{OA_1}, \dots, \overrightarrow{OA_n}$ повернуться на кут $\frac{2\pi}{n}$. Тому вектор \vec{d} співпадає з вектором, який утворюється з \vec{d} поворотом на кут $\frac{2\pi}{n}$. Це можливо тільки у тому випадку, коли \vec{d} – нульовий вектор.

Отже, $MA_1^2 + \dots + MA_n^2 = 2nR^2$ не залежить від вибраної точки M .

Розглянемо ще одну задачу.

Завдання №4

На сфері одиничного радіуса задано n точок. В якому випадку сума квадратів відстаней між ними дорівнює n^2 ?

Цю задачу можна *узагальнити*: розглядати сферу довільного радіуса R .

Розв'язання. Нехай A_1, \dots, A_n – точки на сфері радіуса R з центром O .

Нехай $\vec{d} = \overrightarrow{OA_1} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$. Тоді

$$S_i = A_iA_1^2 + \dots + A_iA_n^2 = (\overrightarrow{A_iO} + \overrightarrow{OA_1})^2 + \dots + (\overrightarrow{A_iO} + \overrightarrow{OA_n})^2 = 2nR^2 - 2\overrightarrow{OA_i} \cdot \vec{d},$$

де $1 \leq i \leq n$.

Сума квадратів відстаней між точками A_1, \dots, A_n з урахуванням того, що кожна рухається двічі, дорівнює

$$\frac{1}{2}(S_1 + \dots + S_n) = \frac{1}{2}(2n^2R^2 - 2\vec{d}^2) = n^2R^2 - \vec{d}^2 \leq n^2R^2.$$

Зрозуміло, що рівність досягається тільки при $\vec{d} = 0$.

Розпізнавання можливості неочікуваного застосування до завдання векторного методу, вдало вибрані вектори – це творчий пошук, який демонструє силу і красу математичної науки. Адже, використання принципу неочікуваності [5] надихає учнів до творчої пошукової роботи, розвиває гнучкість і креативність їх мислення, кмітливість і наполегливість у досягненні мети.

Поняття *площі*, як ми вже дослідили у статті, відоме з часів Стародавнього Єгипту, виникло у зв'язку з практичними потребами людей. Покажемо як, попередньо вивчивши за допомогою перевернутого навчання

теоретичні питання площ фігур, можна на уроках математики навчати учнів застосовувати отримані знання на практиці, що пропагує і Нова українська школа. При такому навчанні в учнів формуються уміння аналізувати і синтезувати, конкретизувати і абстрагуватися, встановлювати причинно-наслідкові залежності, складати математичні моделі завдань та ін. Формування в учнів прийомів розумової діяльності спонукає їх до активної пошукової творчості. Прикладна спрямованість навчання сприяє розумінню математики як потужного методу пізнання світу.

Розглянемо задачу практичного спрямування.

Завдання №5

Дерево видно з відстаней a, b, c під кутами, сума яких дорівнює 90° . Знайдіть висоту цього дерева.

Розв'язання. Нехай дерево видно під кутами α, β, γ . Тоді $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

Розглянемо трикутник з кутами $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$ та сторонами $a + b, b + c, c + a$ (див. рисунок 1). У такому випадку радіус r вписаного у цей трикутник кола можна вважати за висоту дерева h .

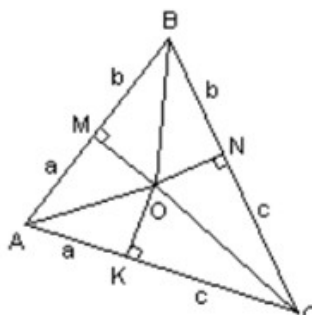


Рис. 1.

Отже, обчисливши площу цього трикутника за формулою Герона, отримаємо, що

$$h = r = \frac{s}{p} = \sqrt{\frac{abc}{a+b+c}}$$

Авторами показано, що у сучасних умовах, використовуючи інноваційні підходи у навчанні шкільної математики, вчитель формує особистість, яка буде здатна генерувати ідеї, створювати нове.

Висновки. Використання інновацій у навчально-виховному процесі, які співзвучні концептуальним положенням Нової української школи, надихає учнів до навчання, активного пізнання. Сьогоднішній учень немислимий без гаджетів та інших досягнень технічного прогресу і тому вчити його, використовуючи тільки дошку і крейду, уже неможливо. Школярі ведуть багато самостійних і колективних, командних, групових пошуків вирішення проблем, які їх цікавлять. Уроки математики під мудрим керівництвом вчителя можливо і потрібно перетворювати на заняття з розвитку творчих здібностей учнів. Адже, сформоване педагогом математичне мислення відкриває шлях до пізнання Всесвіту. У результаті проведеного дослідження зроблено авторський опис втілення інноваційних підходів при

викладанні шкільного курсу математики. Неочікуваність, нестандартність, оригінальність, практичне застосування математичних знань, умінь і навичок з використанням сучасних цифрових інструментів вмотивовує і сприяє вивченню математики як науки з глибоким розумінням її суті та можливостей використання у повсякденному житті. Застосування інноваційних підходів із вдало підібраними творчими завданнями є організацією навчально-виховного процесу за якої досягаються якісні результати. Інновації народжуються як щось нове на зміну традиціям, з часом самі стають загально вживаними і знову постає питання пошуку нових інновацій. У подальших дослідженнях можна, використовуючи розглянуті ідеї, вивчати, аналізувати, модифікувати досвід як вітчизняних, так і зарубіжних педагогів з питань інноваційних педагогічних технологій, враховуючи роботизацію світу, використання штучного інтелекту.

Список використаної літератури

1. Нова українська школа: порадник для вчителя / за заг. ред. Бібік Н.М. Київ: Літера ЛТД, 2018. 160 с.
2. Освітні технології: навч.-метод. посібник для здобувачів освіти освітнього ступеня «бакалавр», «магістр» / уклад.: Пономарьова Г.Ф., Беляев С.Б., Бабакіна О.О., Литвин В.А. Харків: Комунальний заклад «Харківська гуманітарно-педагогічна академія» Харківської обласної ради, 2023. 266 с.
3. Bonk C.J., Graham C.R. The handbook of blended learning environments: Global perspectives, local designs. San Francisco: Jossey-Bass/Pfeiffer, 2006. 624 p.
4. Теорія та практика змішаного навчання: монографія / Кухаренко В.М. та ін. Харків: Міськдруку, 2016. 284 с.
5. Орос В.М., Петечук Ю.В. Педагогіка співробітництва при вивченні шкільної математики. Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: Педагогіка. Соціальна робота. 2023. Вип.1 (52). С.129–132.

References

1. Bibik, N.M. (Ed.). (2018). *Nova ukrainska shkola: poradnyk dlia vchytelia* [New Ukrainian School: teacher's guide]. Litera LTD. [in Ukrainian].
2. Ponomarova, H.F., Bieliaiev, S.B., Babakina, O.O., & Lytvyn, V.A. (2023). *Osvitni tekhnologii* [Educational technologies]. Communal institution "Kharkiv Humanitarian and Pedagogical Academy" of the Kharkiv Regional Council. [in Ukrainian].
3. Bonk, C.J., & Graham, C.R. (2006). *The handbook of blended learning environments: Global perspectives, local designs*. Jossey-Bass/Pfeiffer.
4. Kukharenko V.M. et al. (2016). *Teoriia ta praktyka zmishanoho navchannia* [Theory and practice of blended learning]. Miskdruk. [in Ukrainian].
5. Oros, V.M., & Petechuk, Yu.V. (2023). Pedagogika spivrobitnytstva pry vyvchenni shkilnoi matematyky [Pedagogy of cooperation in studying school mathematics]. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series: Pedagogy. Social Work, 1* (52), 129 – 132. [in Ukrainian].

Стаття надійшла до редакції 15.03.2024 р.

Стаття прийнята до друку 20.03.2024 р.

Stoika Myroslav

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, PhD. (Phys. & Math.), Associate Professor
Department of Mathematics and Informatics
Ferenc Rakoczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education
Beregovo, Ukraine

Petechuk Yuliia

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, PhD. (Phys. & Math.)
Assistant Professor of the Department of Mathematics and Informatics
Ferenc Rakoczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education
Beregovo, Ukraine

INNOVATIVE APPROACHES IN TEACHING THE SCHOOL MATHEMATICS

Abstract. Education in Ukraine is undergoing a significant transformation. The pedagogy of the modern stage of the development of Ukrainian education is marked by its innovation. Since 2020, in connection with unforeseen challenges, educational institutions widely practice distance and blended learning and automatically began to use flipped

learning and elements of bilingual learning to a certain extent. After all, many pupils and teachers ended up abroad, and such training helps to integrate into the global world. Already at an early age, a child develops innovative thinking, which is expressed in receptivity and the creation of new things. The pupils' thinking in school lessons is developed by the teacher, in particular, to the greatest extent by the mathematics teacher. When studying mathematics, a pupil learns to analyze, systematize, and generalize; highlight the essentials; find regularities; establish cause-and-effect relationships; reason by analogy; think algorithmically and logically; constructively and abstractly; and conclude. Therefore, an important professional quality of a teacher is his readiness for innovative activities, which contributes to the formation and development of the pupils' intellectual and creative potential, which will be extremely necessary for them in their later adult life. The purpose of the article is to highlight the features of the implementation of flipped and bilingual learning as innovative technologies in demand and to describe the author's vision of their implementation when studying certain topics of the school mathematics course. For this, research methods are used in the article: literature analysis, description, and generalization. Having analyzed the current research and publications and the prospects for applying the professional knowledge and skills acquired at the institute by future teachers of mathematics, the authors concluded that the use of innovative approaches and the introduction of elements of bilingual learning in the teaching of mathematical disciplines are the key to the successful implementation of the "New Ukrainian School" Concept, which proclaims the becoming of a pupil as a successful individual in society. The authors have made a description of the implementation of some innovative technologies in the study of certain topics of the school mathematics course.

Key words: innovative approaches, blended learning, flipped learning, bilingual learning, school mathematics.