

УДК 378.14

DOI: 10.24144/2524-0609.2022.50.319-323

Шищенко Інна Володимирівна

кандидат педагогічних наук, доцент
кафедра математики, фізики та методик їх навчання
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка
м.Суми, Україна
shiinna@ukr.net
<http://orcid.org/0000-0002-1026-5315>

Лукашова Тетяна Дмитрівна

доктор фізико-математичних наук, доцент
кафедра математики, фізики та методик їх навчання
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка
м.Суми, Україна
tanya.lukashova2015@gmail.com
<http://orcid.org/0000-0002-1465-9530>

Чкана Ярослав Олегович

кандидат педагогічних наук, доцент
кафедра математики, фізики та методик їх навчання
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка
м.Суми, Україна
chkana_76@ukr.net
<http://orcid.org/0000-0003-3667-3584>

ПРОФЕСІЙНА ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМА ФОРМУВАННЯ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

***Анотація.** У процесі підготовки у педагогічному ЗВО освітня діяльність майбутнього учителя математики має набувати рис його професійної діяльності, тому, крім оволодіння знаннями, повинен мати здатність контролювати розумові процеси, обґрунтовувати, виявляти проблеми та знаходити власне їх вирішення, вміти відстоювати свою думку, робити усвідомлений та обґрунтований вибір елементів змісту освіти та методів навчання при проєктуванні уроку. Ці положення активізують проблему розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики у процесі їх професійної підготовки. Мета дослідження – розкриття шляхів організації процесу професійної підготовки майбутніх учителів математики, який сприятиме ефективному формуванню їх критичного мислення під час вивчення фахових математичних дисциплін. Методи дослідження: теоретичні: аналіз, систематизація й узагальнення педагогічних та психологічних досліджень. Методика підготовки майбутніх вчителів математики, орієнтована на формування вмінь критичного мислення, включає організацію освітнього процесу на основі залучення студентів до активної пізнавальної діяльності з використанням різних прийомів роботи з інформацією та розробку спеціально сконструйованих комплексів завдань.*

***Ключові слова:** майбутні вчителі математики, професійна підготовка, формування критичного мислення, фахові математичні дисципліни.*

Вступ. На будь-якому етапі розвитку суспільства існує потреба у компетентних фахівцях з високим рівнем науково-дослідницької підготовки, здатних до самостійного пошуку знань. Це вимагає від вчителів, у першу чергу математики, педагогічної майстерності будувати освітній процес новітніми методами, які сприяють розвитку творчих здібностей учнів та їх критичного мислення. Перед закладами вищої педагогічної освіти постає завдання якісної професійної підготовки майбутніх вчителів математики. Натомість, сучасні педагогічні технології, методи особистісно-орієнтованого і розвиваючого навчання недостатньо використовуються у процесі вивчення фахових математичних дисциплін у закладах вищої освіти, оскільки це вимагає значних зусиль викладачів для їх упровадження, використання нових комп'ютерних засобів, створення нових навчальних інформаційних ресурсів.

Також, під час вивчення математичних дисциплін майбутні вчителі математики опрацьовують значний обсяг теоретичного матеріалу, необхідного для розв'язування типових математичних задач. Проте, у реальних умовах професійної діяльності під час педагогічної практики студенти часто мають труднощі

із застосуванням отриманих знань для пошуку оптимальних або раціональних розв'язків професійних задач. Таким чином, маємо невідповідність між великим обсягом теоретичного математичного матеріалу та уміннями його використовувати в нестандартних ситуаціях, що відображає протиріччя між репродуктивними і розвиваючими методами навчання.

У процесі навчання у педагогічному ЗВО навчальна діяльність студента має набувати рис його головної професійної діяльності, оскільки майбутній учитель математики, крім оволодіння теоретичними знаннями, повинен мати здатність контролювати розумові процеси, обґрунтовувати вчинки та рішення, виявляти проблеми та знаходити власне її вирішення, підкріплювати це вирішення розумними, обґрунтованими аргументами, вміти відстоювати свою думку, робити усвідомлений та обґрунтований вибір елементів змісту освіти та методів навчання при проєктуванні уроку.

Ці положення активізують проблему розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики у процесі їх професійної підготовки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Підвищення рівня математичної освіти забезпечить по-

треби суспільства у кваліфікованих спеціалістах для науково місткого та високотехнологічного виробництва. До стратегічних умов реалізації такого підвищення належить, зокрема, ефективна підготовка вчителів фізико-математичних спеціальностей, формування у них математичної компетентності і нового педагогічного мислення, оскільки компетентний учитель саме фізико-математичних спеціальностей має позитивно впливати на формування творчої особистості учня, усвідомлювати сам та допомагати усвідомити учням важливість математичних знань, умінь, навичок, методів, засобів та може досягти кращих результатів у вирішенні математичними методами стандартних і нестандартних ситуацій навчальної й професійної діяльності, здатен реалізувати свої творчі можливості, розвивати критичне мислення учнів. Цю проблему віддзеркалено в документах Державного стандарту базової і повної загальної освіти, Національній стратегії розвитку освіти України на період до 2021 р., Законі України «Про вищу освіту», Державній програмі «Вчитель», концепції «Нової української школи» тощо.

Проблему формування критичного мислення майбутніх учителів фізико-математичних спеціальностей висвітлено в багатьох наукових працях І.Акуленко, О.Антонюк, Н.Бельської, Т.Волобуєвої, І.Гавриленкової, М.Галатюка, В.Заболотнього, О.Іваницького, Л.Михайленко, О.Ордановської, Л.Осипової, С.Ракова, С.Скворцової, О.Фуштей, Н.Костюченко, а засоби його формування віддзеркалено в працях О. Антонюк (дослідницька та пошукова діяльність), Н.Бельської (самостійна робота), І.Гавриленкової (професійна орієнтація), М.Галатюка, М.Фуштей (мультимедіа), О.Іваницького (інноваційні технології), О.Ордановської (інформаційні технології), Л.Осипової (позааудиторна самостійна робота), С.Ракова (дослідницька пошукова діяльність з використанням інформаційних технологій), Н.Костюченко (навчально-ігрові технології). Слід зазначити, що в згаданих та інших, дотичних до проблеми роботах, немає єдиного підходу та пропонується пошук різних шляхів, засобів, методів, форм організації навчального процесу професійної підготовки майбутніх учителів математики, які сприятимуть ефективному формуванню критичного мислення.

Метою статті є розкриття одного зі шляхів організації процесу професійної підготовки майбутніх учителів математики, який сприятиме ефективному формуванню їх критичного мислення під час вивчення фахових математичних дисциплін. Застосовано комплекс взаємопов'язаних теоретичних методів: аналіз, систематизація й узагальнення педагогічних та психологічних досліджень.

Виклад основного матеріалу. Критичне мислення є найважливішим компонентом професійної підготовки майбутніх учителів математики. Критичне мислення педагога у загальному визначається як вид оціночної мисленнєвої діяльності, заснований на сформованих вміннях певного типу, що сприяє осмисленню теоретичних знань, переведенню їх у практичну діяльність та прогнозуванню результатів. У процесі підготовки майбутніх вчителів математики, спрямованому на формування умінь критичного мислення у курсах фахових математичних дисциплін, передбачає організацію навчального процесу з урахуванням залучення студентів у активну пізнавальну діяльність і розробку комплексів завдань, орієнтованих на формування умінь критичного мислення.

Досить часто в математиці виникають задачі, в яких вимагається знайти суму членів деякої послідовності (скінченної чи нескінченної). Такі задачі

зустрічаються чи не в кожному розділі математики: лінійній алгебрі, аналітичній геометрії, алгебрі та теорії чисел, математичному аналізі, теорії рядів, теорії диференціальних рівнянь, дискретній математиці, теорії ймовірностей, що зайвий раз підтверджує слова Д.Кнута [1] про те, що «суми всюдиусі». Існує цілий ряд методів знаходження сум (як скінченних так і нескінченних), кожен з яких відноситься до певного розділу математики і потребує відповідних знань, гарного володіння технікою тотожних перетворень та розуміння особливостей застосування методу (див., наприклад, [1; 4; 7; 8]). Тому ми вважаємо, що доцільним є розгляд кількох універсальних підходів, що використовуються для знаходження скінченних сум цілочислових доданків.

У якості прикладу розглянемо суму квадратів n перших натуральних чисел:

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \quad (1)$$

Значення цієї суми добре відоме:

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

і наводиться у багатьох посібниках з елементарної математики (див., наприклад, [6, с.118]). Довести її нескладно, використовуючи метод математичної індукції. Зовсім інша справа – встановити вказану формулу.

Перші згадки про наведену вище степеневу суму зустрічаються в роботі Архімеда «Про спіралі» (близько 287 – 212 до н. е.) [5, с.13]. Наведені там міркування носили суто *геометричний* характер і полягали у наступному: «Якщо взяти відрізки в якій завгодно кількості та кожен перевищує наступний на надлишок, який дорівнює меншому з усіх, і якщо взято в тій же кількості, як і перші, інші відрізки, з яких кожний дорівнює більшому з відрізків першого ряду, то сума всіх квадратів на відрізках, рівних більшому, додана до квадрата на більшому і додана до площі, яка міститься між меншим відрізком та відрізком, що складається з усіх нерівних відрізків, дорівнює потроєній сумі

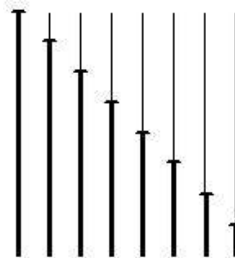


Рис. 1. Ілюстрація до міркувань Архімеда

Прийmemo за одиницю довжину найменшого відрізка. Тоді наведене твердження можна записати у вигляді:

$$n \cdot n^2 + n^2 + (1 + 2 + \dots + n) = 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2).$$

Застосовуючи формулу суми n перших членів арифметичної прогресії до виразу в дужках, одержимо:

$$n(n^2 + 1) + \frac{(1+n)n}{2} = 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2),$$

звідки й отримуємо потрібну рівність

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(1+n)(2n+1)}{6}.$$

Інший спосіб знаходження суми квадратів перших n натуральних чисел запропоновано в [2, с.50]. Розглянемо прямокутну таблицю, що має n рядків і $(2n+1)$ стовпців, в кожному стовпчику якої зверху вниз записано натуральні числа від 1 до n (рис. 2).

Рис. 2. Ілюстрація до табличного способу знаходження суми квадратів перших n натуральних чисел

Сума чисел у кожному стовпці дорівнює

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{(1+n)n}{2}$$

Усіх стовпців $(2n+1)$, тому сума всіх чисел в таблиці дорівнює

$$\frac{(1+n)n}{2}(2n+1) = \frac{n(1+n)(2n+1)}{2}$$

Обчислимо суму всіх чисел у таблиці іншим способом. Для цього розділимо таблицю ламаною лінією на три частини (рис. 2). Кількість чисел в лівій і правій частині, які розташовані під ламаною лінією, рівні. Обчислимо суму чисел кожної із частин:

$$1 + (2 + 2) + (3 + 3 + 3) + \dots + \underbrace{(n + n + \dots + n)}_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

Знайдемо тепер суму чисел над ламаною:

$$1 + (1 + 2 + 1) + (1 + 2 + 3 + 2 + 1) + \dots + (1 + 2 + \dots + n + \dots + 3 + 2 + 1)$$

Оскільки

$$(1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n) + (1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)) = \frac{(1+n)n}{2} + \frac{(1-n)n}{2} = n^2,$$

то сума всіх чисел, над ламаною лінією дорівнює

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

(і дорівнює сумі чисел, що стоять у лівій та правій частині таблиці над ламаною лінією).

Отже, сума усіх чисел у таблиці дорівнює

$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2), \text{ звідки}$$

$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \frac{n(1+n)(2n+1)}{2} \text{ і } \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Розглянемо ще один табличний спосіб підрахунку суми $S_n = \sum_{k=1}^n k^2$, наведений в [8]. Розглянемо таблицю (рис. 3) і знайдемо суму всіх чисел, що стоять у ній.

Зрозуміло, що шукана сума дорівнює сумі чисел у кожному рядку, тобто $n(1 + 2 + 3 + \dots + n) = n \frac{(1+n)n}{2}$.

Знайдемо тепер цю суму у інший спосіб: розіб'ємо таблицю на n кутових груп, де k -та група має вигляд, зображений на рисунку 4.

1	2	3	...	k	...	n
1	2	3	...	k	...	n
1	2	3	...	k	...	n
...
1	2	3	...	k	...	n
...
1	2	3	...	k	...	n

Рис.3. Знаходження суми квадратів

k				
k				
k				
...				
k				
k				
1	2	3	...	k

Рис.4. k -та група розбиття

Тоді сума усіх чисел у вихідній таблиці дорівнює:

$$\sum_{k=1}^n \left((1 + 2 + 3 + \dots + k) + \frac{(k + k + \dots + k)}{k-1} \right) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{(1+k)k}{2} + k(k-1) \right) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{3}{2}k^2 - \frac{k}{2} \right) = \frac{3}{2} \sum_{k=1}^n k^2 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n k = \frac{3}{2} S_n - \frac{1}{2} \frac{(1+n)n}{2}$$

Прирівнюючи отримане значення до знайденого вище, одержимо:

$$n \frac{(1+n)n}{2} = \frac{3}{2} S_n - \frac{1}{2} \frac{(1+n)n}{2}$$

$$\text{Звідки } \frac{3}{2} S_n = \frac{(1+n)n}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) = \frac{(1+n)n(2n+1)}{4} \text{ і } S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Вагому роль для ілюстрації таких завдань відіграють класичні методи алгебри, комбінаторного аналізу та різницевого числення. Тому, вивченню відповідних питань корисно приділяти окрему увагу як при вивченні базового курсу дискретної математики, так і в окремих спецкурсах та на заняттях математичного гуртка.

Використання таких завдань в освітньому процесі підготовки майбутніх учителів математики сприяє реалізації міжпредметних зв'язків, створення стійких мотивів вивчення абстрактних математичних понять на рівні узагальнення, підвищення рівня усвідомленості теоретичних знань з фахових математичних дисциплін з погляду професійної спрямованості, інтеграції педагогічних та математичних знань, що врешті впливає на формування критичного мислення майбутніх учителів математики.

Висновки. Критичне мислення є найважливішою складовою професійної підготовки майбутніх учителів математики. Воно включає в себе сукупність умінь: бачити проблему та планувати розумову ді-

яльність відповідно до вирішення цієї проблеми, прогнозувати результат та висувати гіпотези, будувати доведення, аналізувати хід власних думок, аргументувати. Уміння критичного мислення забезпечують осмислення теоретичних знань, переклад їх у практичну діяльність та прогнозування результатів та сприяють виробленню ефективних способів вирішення професійних педагогічних проблем. Формування критичного мислення вчителів математики передбачає зміни у професійній підготовці майбутніх вчителів математики в курсах фахових математичних дисциплін, що стосуються дидактичних матеріалів, форм, та методів навчання. Методика підготовки майбутніх вчителів математики, що включає організацію навчального процесу на основі залучення студентів до активної пізнавальної діяльності з використанням різних прийомів роботи з інформацією та розробку спеціально сконструйованих комплексів завдань, орієнтованих на формування вмінь критичного мислення, забезпечує підвищення якості їхньої професійної підготовки.

Список використаної літератури

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основания информатики. Пер. с англ. Москва : Мир, 1998. 703 с.
2. Депман И.Я. Рассказы о решении задач. Ленинград: Госиздат, 1957. 128 с.
3. Дідківська Т.В., Сверчевська І.А. Степеневі суми в історичних задачах. *Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. Педагогічні науки*. 2015. Вип.1 (79). С.113–117.
4. Мартиненко О.В., Чкана Я.О. Про різні методи знаходження скінченних сум. *Фізико-математична освіта*. 2017. Вип. 4. С.59–67.
5. Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. М.-Л. : ОНТИ, 1938. 216 с.
6. Прасолов В.В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу. Москва: МЦНПО, 2007. 608 с.
7. Страх О.П., Лукашова Т.Д. Міждисциплінарні зв'язки при вивченні деяких тем дискретної математики та диференціальних рівнянь. *Фізико-математична освіта*. 2021. Вип. 3 (29). С. 112–118.
8. Стрільченко Н.Н. Обчислення сум. *У світі математики*. В.3, Т.6. 2000. С.59–61.

References

1. Graham, R., Knut, D., & Patashnick, O. (1998). *Konkretnaya matematika. Osnovaniya informatiki* [Concrete mathematics. Foundations of computer science]. Mir. [in Russian].
2. Depman, I.Ya. (1957). *Rasskazy o reshenii zadach* [Stories about Problems' Solving]. Gosizdat. [in Russian].
3. Didkivska, T.V., & Sverchevska, I.A. (2015). Stepenevi sumy v istorychnykh zadachakh [Degree sums in historical problems]. *Bulletin of Ivan Franko Zhytomyr State University. Pedagogical sciences*, 1 (79), 113–117. [in Ukrainian]
4. Martinenko, O.V., & Chkana, Ya.O. (2017). Pro rizni metody znakhodzhennya skinchennykh sum [About different methods of finding finite sums]. *Physical and mathematical education*, 4, 59-67. [in Ukrainian]
5. Popov, G.N. (1938). *Sbornik istoricheskikh zadach po elementarnoy matematike* [Collection of historical problems in elementary mathematics]. ONTI. [in Russian]
6. Prasolov, V.V. (2007). *Zadachi po algebre, arifmetike i analizu* [Problems in algebra, arithmetic and analysis]. MTsNPO. [in Russian]
7. Strakh, O.P., & Lukashova, T.D. (2021). Mizhdystyplinarni zvyazky pry vyvchenni deyakykh tem dyskretnoy matematyky ta dyferentsialnykh rivnyan [Interdisciplinary connections in the study of some topics of discrete mathematics and differential equations]. *Physical and mathematical education*, 3 (29), 112–118. [in Ukrainian]
8. Strilchenko, N.N. (2000). Obchyslennya sum [Calculation of amounts]. *In the world of mathematics*, 3 (6), 59–61. [in Ukrainian]

Стаття надійшла до редакції 31.03.2022 р.

Стаття прийнята до друку 04.04.2022 р.

Shyshenko Inna

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Department of Mathematics, Physics and Methods of Teaching
Makarenko Sumy State Pedagogical University, Sumy, Ukraine

Lukashova Tatiana

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Department of Mathematics, Physics and Methods of Teaching
Makarenko Sumy State Pedagogical University, Sumy, Ukraine

Chkana Yaroslav

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Department of Mathematics, Physics and Methods of Teaching
Makarenko Sumy State Pedagogical University, Sumy, Ukraine

PROFESSIONAL TRAINING OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS: THE PROBLEM OF FORMING CRITICAL THINKING

Abstract. The relevance of the problem under consideration. In the process of training at the pedagogical university, the educational activities of future mathematics teachers should acquire the features of his professional activity, so in addition to mastering knowledge, must have the ability to control mental processes, justify, identify problems and find their own solutions, be able to defend their opinions, choice of elements of educational content and teaching methods in lesson design. These provisions intensify the problem of developing critical thinking of future mathematics teachers in the process of their professional training. The purpose of the study is to reveal ways to organize the process of professional training of future teachers of mathematics, which will contribute to the effective formation of their critical thinking in the study of professional mathematical disciplines. Research methods: theoretical: analysis, systematization and generalization of pedagogical and psychological research. Critical thinking is the most important component of the training of future mathematics teachers. Critical thinking of the teacher is generally defined as a type of evaluative thinking activity, based on the formed skills of a certain type, which contributes to the understanding of theoretical knowledge, translating them into practical activities and predicting results. Methods of training future teachers of mathematics, focused on the formation of critical thinking skills, includes the organization of the educational process based on involving students in active cognitive activities using various methods of working with information and development of specially designed sets of tasks.

Key words: future teachers of mathematics, professional training, formation of critical thinking, professional mathematical disciplines.